

Microeconomia

1. Un monopolista abbia la seguente funzione di costo marginale: $CMg(q) = 2 + 2q/3$ ($q > 0$). La sua funzione di domanda sia: $q = 66 - 3p$.
 - a) Calcolate la quantità di equilibrio del monopolista e il prezzo di vendita. **(3 punti)**
 - b) Qual è il profitto dell'impresa? **(2 punti)**
 - c) Se vi fossero anche costi fissi pari a € 56, quali sarebbero quantità di equilibrio e profitto del monopolista? **(2 punti)**
2. L'equazione della domanda di un certo bene soddisfi le condizioni seguenti: la quantità domandata è nulla per prezzi superiori a € 39, $\Delta q/\Delta p = -2$ per prezzi minori o uguali a € 39. L'equazione di offerta dello stesso bene soddisfi le condizioni seguenti: per prezzi minori di € 4 le imprese non offrono nulla, $\Delta q/\Delta p = 3$ per prezzi maggiori o uguali a € 4.
 - a) Ricavate le equazioni di domanda e di offerta. **(1 punto)**
 - b) Calcolate prezzo e quantità di equilibrio. **(2 punti)**
 - c) Calcolate la rendita (o surplus) del produttore in equilibrio e qualora, invece, il prezzo di mercato fosse uguale a € 13. **(2 punti)**
3. La domanda di mercato per il bene A sia descritta dall'equazione seguente: $q_A = 100 - 4p_A$. Ricordando la relazione che sussiste tra spesa totale ed elasticità della domanda rispetto al prezzo, determinate qual è la spesa massima per il bene A. **(3 punti)**

Soluzioni

1. a) La quantità di equilibrio è la quantità in corrispondenza della quale il profitto del monopolista è massimo. Il profitto è, per definizione, la differenza tra ricavo totale e costi totali; la condizione (del primo ordine) per la massimizzazione del profitto richiede che la quantità prodotta (e venduta) sia tale da uguagliare ricavo marginale e costo marginale, $RMg(q^*) = CMg(q^*)$.

Poiché la funzione di costo marginale è nota, occorre calcolare quella del ricavo marginale, a partire dalla funzione di domanda inversa, $p(q)$. La funzione di domanda diretta, $q(p)$, è la seguente:

$$q = 66 - 3p.$$

Risolvendo per p in funzione di q , abbiamo:

$$3p = 66 - q$$

$$p = 22 - q/3.$$

Poiché la funzione di domanda inversa è lineare, sappiamo che anche la funzione di ricavo marginale è lineare, con identica costante e coefficiente della q doppio. Possiamo perciò scrivere immediatamente:

$$RMg(q) = 22 - 2q/3.$$

Uguagliando ricavo marginale e costo marginale otteniamo:

$$22 - 2q^*/3 = 2 + 2q^*/3$$

$$20 = 4q^*/3$$

$$q^* = 15.$$

Sostituendo il valore della quantità così ottenuto, q^* , nella funzione di domanda inversa, $p(q)$, calcoliamo anche il prezzo di vendita, p^* :

$$p^* \equiv p(q^*) = 22 - q^*/3 = 22 - 15/3 = 17$$

- b) Per calcolare il profitto dell'impresa, $\pi(q^*)$, occorre sottrarre dal ricavo totale – uguale al prodotto della quantità di equilibrio q^* per il prezzo di vendita p^* , € $(15 \times 17) = € 255$ – i costi totali. Poiché il punto c) chiede di calcolare il profitto se vi fossero costi fissi pari a € 56, possiamo per ora assumere che, invece, non ve ne siano.

I costi totali, quindi, potrebbero essere calcolati integrando la funzione di costo marginale, ottenendo così $CT(q) = 2q + q^2/3$, oppure ricavati assai più semplicemente come l'area del trapezio rettangolo avente per base minore il costo marginale all'origine, $CMg(0) = 2$, per base maggiore il $CMg(q^*)$ della

quantità di equilibrio $q^* = CMg(q^*) = 2 + 2q^*/3 = 2 + (2 \times 15)/3 = 12$ – e per altezza la quantità di equilibrio q^* stessa (v. Fig. 1). Abbiamo così:

$$\pi(q^*) = RT(q^*) - CT(q^*) = € 255 - €((2 + 12) \times 15)/2 = € 255 - € 105 = € 150.$$

c) I costi fissi, dovendo essere sostenuti qualunque sia la quantità che l'impresa decida di produrre (ed anche qualora l'impresa decida di non produrre affatto), sono irrilevanti per la scelta di massimizzazione del profitto. Pertanto, la quantità ottimale per il monopolista è ancora $q^* = 15$. D'altro canto, i profitti

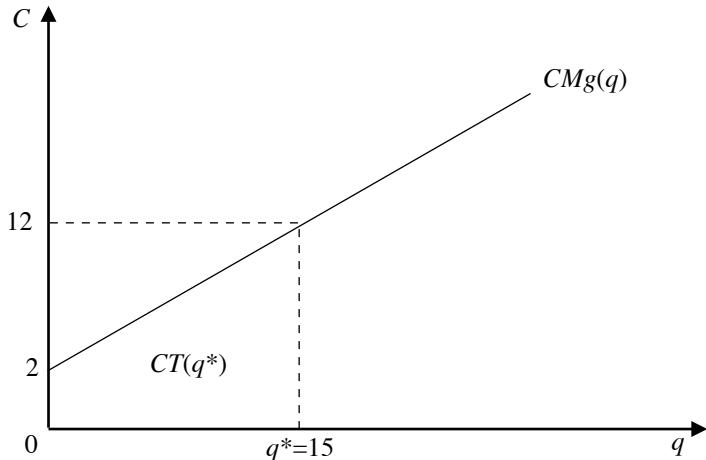


Fig. 1

sono ora diminuiti dell'ammontare dei costi fissi, supposti pari a € 56, e quindi si riducono a € 94.

2. a) Per ricavare dai dati del problema le equazioni (lineari) della domanda e dell'offerta applichiamo la formula dell'equazione d'una retta della quale siano noti un punto e l'inclinazione (o pendenza).

Osserviamo, preliminarmente, che – poiché il rapporto incrementale $\Delta q/\Delta p$ ha al numeratore la variazione della quantità (domandata o offerta) e al denominatore la variazione del prezzo – dobbiamo considerare il prezzo come variabile *indipendente* e la quantità come variabile *dipendente*; detto altrimenti, ricaveremo le funzioni *dirette* di domanda e di offerta.

L'equazione della domanda (ovvero, di una 'retta' passante per il punto $(39, 0)$ con inclinazione -2) è, dunque, la seguente:

$$q - 0 = -2 \times (p - 39) \quad \text{ovvero} \quad q = 78 - 2p;$$

L'equazione di offerta (ovvero di una 'retta' passante per il punto $(4, 0)$ con inclinazione 3), invece, è:

$$q - 0 = 3 \times (p - 4) \quad \text{ovvero} \quad q = 3p - 12.$$

b) Ponendo a sistema le due equazioni precedenti e risolvendo per sostituzione, otteniamo i valori di equilibrio per il prezzo, $p^* = 18$, e per la quantità, $q^* = 42$.

c) La *rendita* (o *surplus*) del produttore, $PS(p^*)$, è uguale alla differenza tra il prezzo di mercato, p^* , e il prezzo di riserva del produttore per *ciascuna* delle unità vendute; si calcola, quindi, per differenza tra il ricavo totale, $RT(q^*)$, e l'area della figura delimitata dall'asse delle ordinate, dalla retta orizzontale passante per il prezzo di mercato, p^* , e dalla curva di offerta.

Quando il prezzo considerato non è il prezzo di equilibrio, si deve tener presente che la quantità scambiata sarà la quantità domandata a quel prezzo se esso è superiore al prezzo di equilibrio, sarà invece la quantità offerta a quel prezzo se esso è inferiore al prezzo di equilibrio. Così, al prezzo p' di € 13 che è minore del prezzo di equilibrio prima calcolato, $p^* = € 18$, la quantità scambiata è, per sostituzione nella funzione di offerta, $q(p') = 3p' - 12 = (3 \times 13) - 12 = 27$ (v. Fig. 2).

3. Data la domanda di mercato di un certo bene, $q(p)$, sappiamo che la spesa complessiva, $SP(p_0)$, per tale bene quando il prezzo di vendita sia p_0 è uguale al prodotto $p_0 \times q(p_0)$.

Senz'alcun bisogno di calcolare la derivata prima della spesa complessiva, è semplice intuire che via via che diminuisce il prezzo di vendita la spesa complessiva aumenterà fino a quando l'elasticità della domanda rispetto al prezzo sia (*in valore assoluto*) maggiore di 1, cioè solo finché l'incremento della quantità venduta conseguente alla diminuzione del prezzo di vendita sia *più che proporzionale* alla diminuzione del prezzo stessa¹. Così ragionando, concludiamo che la spesa complessiva sarà massima per quel prezzo in corrispondenza del quale l'elasticità della domanda sia esattamente uguale a 1 (*sempre in valore assoluto*).

Alla luce delle considerazioni precedenti, data l'equazione di domanda $q_A = 100 - 4p_A$, scriviamo innanzitutto la formula generale (per un prezzo p_0) dell'elasticità della domanda rispetto al prezzo (nella quale per semplicità omettiamo la lettera 'A' del bene a deponente sia della quantità sia del prezzo):

$$\varepsilon_{q(p),p}(p_0) = \frac{p_0}{100 - 4p_0} \cdot (-4)$$

Per determinare quale sia il prezzo p' per il quale la spesa complessiva è massima è allora sufficiente risolvere l'equazione seguente:

$$\frac{-4p'}{100 - 4p'} = -1$$

nel membro di destra della quale abbiamo scritto '-1', perché l'elasticità non è espressa in valore assoluto. Con semplici passaggi si ottiene: $p' = 100/8 = 12,5$.

La quantità venduta al prezzo p' è: $q = 100 - 4 \times p' = 100 - (4 \times 12,5) = 100 - 50 = 50$; la spesa complessiva, infine, è pari a $\mathbb{E} (12,5 \times 50) = \mathbb{E} 625$.

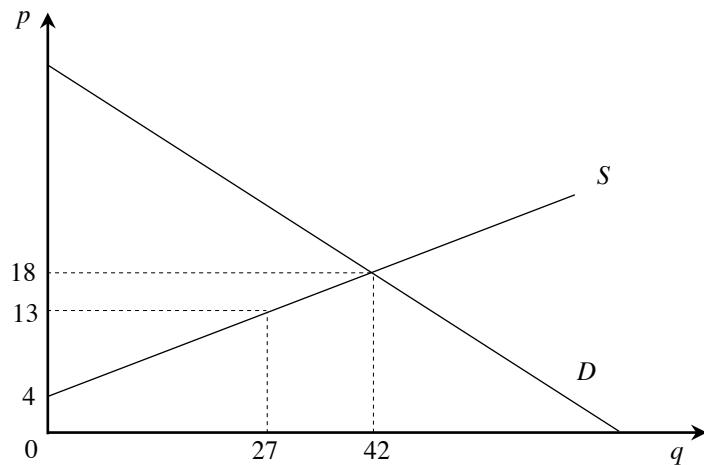


Fig. 2

¹ L'elasticità della domanda rispetto al prezzo è, infatti, misurata dal rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo; se tale rapporto è maggiore di 1, la quantità venduta cresce *in proporzione più* di quanto diminuisca il prezzo.