

Microeconomia

1. Un monopolista abbia la seguente funzione di costo marginale: $CMg(q) = 5 + q$ ($q > 0$). La sua funzione di domanda sia: $q = 50 - 2p$.
 - a) Calcolate la quantità di equilibrio del monopolista e il prezzo di vendita. **(3 punti)**
 - b) Qual è il profitto dell'impresa? **(2 punti)**
 - c) Se vi fossero anche costi fissi pari a € 60, quale sarebbe la quantità di equilibrio del monopolista e perché? **(1 punto)**
2. L'equazione della domanda di un certo bene soddisfi le condizioni seguenti: prezzo di riserva massimo del consumatore € 40, $\Delta p/\Delta q = -1$. L'equazione di offerta dello stesso bene soddisfi le condizioni seguenti: prezzo di riserva minimo del produttore € 4, $\Delta p/\Delta q = 2$.
 - a) Ricavate le equazioni di domanda e di offerta. **(1 punto)**
 - b) Calcolate prezzo e quantità di equilibrio. **(2 punti)**
3. Le preferenze mensili di un consumatore sull'insieme dei panieri formati dai beni **A** e **B** siano rappresentate da una funzione di utilità che ha il seguente tasso marginale di sostituzione: $MRS_{B,A}(q_A, q_B) = -(q_B/q_A)$.
 - a) Se il reddito mensile del consumatore è € 1.000, il prezzo unitario del bene **A** è € 4, quello del bene **B** è € 5, quale sarà il suo panier ottimo, (q_A^*, q_B^*) ? **(3 punti)**
 - b) Con un reddito mensile di € 1.200 e prezzi invariati, il panier (140, 128) sarebbe ottimale per il consumatore? Se no, come dovrebbe essere riallocata la spesa tra i due beni? **(3 punti)**

Soluzioni

1. a) La quantità di equilibrio è la quantità in corrispondenza della quale il profitto del monopolista è massimo. Il profitto è, per definizione, la differenza tra ricavo totale e costi totali; la condizione (del primo ordine) per la massimizzazione del profitto richiede che la quantità prodotta (e venduta) sia tale da uguagliare ricavo marginale e costo marginale, $RMg(q^*) = CMg(q^*)$.

Poiché la funzione di costo marginale è nota, occorre calcolare quella del ricavo marginale, a partire dalla funzione di domanda inversa, $p(q)$. La funzione di domanda diretta, $q(p)$, è la seguente:

$$q = 50 - 2p.$$

Risolvendo per p in funzione di q , abbiamo:

$$2p = 50 - q$$

$$p = 25 - q/2.$$

Poiché la funzione di domanda inversa è lineare, sappiamo che anche la funzione di ricavo marginale è lineare, con identica costante e coefficiente della q doppio. Possiamo perciò scrivere immediatamente:

$$RMg(q) = 25 - q.$$

Uguagliando ricavo marginale e costo marginale otteniamo:

$$25 - q^* = 5 + q^*$$

$$20 = 2q^*$$

$$q^* = 10.$$

Sostituendo il valore della quantità così ottenuto, q^* , nella funzione di domanda inversa, $p(q)$, calcoliamo anche il prezzo di vendita, p^* :

$$p^* \equiv p(q^*) = 25 - q^*/2 = 25 - 10/2 = 20.$$

- b) Per calcolare il *profitto* dell'impresa, $\pi(q^*)$, occorre sottrarre dal ricavo totale – uguale al prodotto della quantità di equilibrio q^* per il prezzo di vendita p^* , € $(10 \times 20) = € 200$ – i costi totali. Poiché il punto c) chiede di calcolare la quantità di equilibrio del monopolista se vi fossero *anche* costi fissi pari a € 60, possiamo per ora assumere che, invece, non ve ne siano.

I costi totali, quindi, potrebbero essere calcolati integrando la funzione di costo marginale, ottenendo così $CT(q) = 5q + q^2/2$, oppure ricavati assai più semplicemente come l'area del trapezio rettangolo avente per base minore il costo marginale all'origine, $CMg(0) = 5$, per base maggiore il $CMg(q^*)$ della

quantità di equilibrio $q^* = CMg(q^*) = 5 + q^* = 5 + 10 = 15$ – e per altezza la quantità di equilibrio q^* stessa (v. Fig. 1). Abbiamo così:

$$\pi(q^*) = RT(q^*) - CT(q^*) = € 200 - €((5 + 15) \times 10)/2 = € 200 - € 100 = € 100.$$

c) I costi fissi, dovendo essere sostenuti qualunque sia la quantità che l'impresa decida di produrre (ed anche qualora l'impresa decida di non produrre affatto), sono *irrilevanti* per la scelta di massimizzazione del profitto. Pertanto, la quantità ottimale per il monopolista è ancora $q^* = 10$.

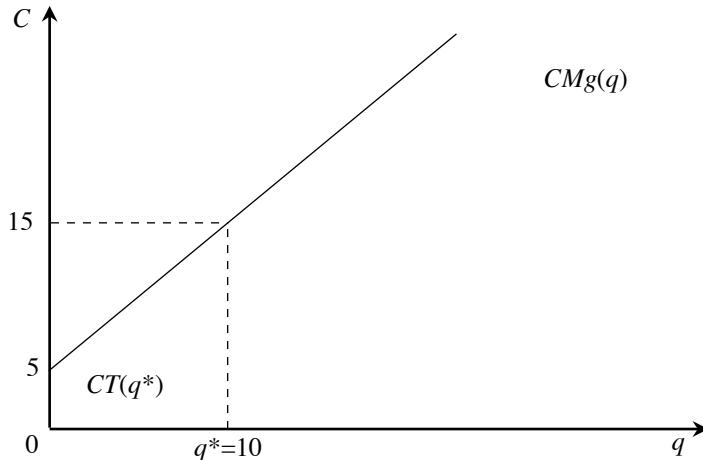


Fig. 1

2. a) Per ricavare dai dati del problema le equazioni (lineari) della domanda e dell'offerta applichiamo la formula dell'equazione d'una retta della quale siano noti un punto e l'inclinazione (o pendenza).

Osserviamo preliminarmente che, poiché il rapporto incrementale $\Delta p / \Delta q$ ha al numeratore la variazione del prezzo e al denominatore la variazione della quantità (domanda o offerta), dobbiamo considerare la quantità come variabile *indipendente* e il prezzo come variabile *dipendente*; detto altrimenti, ricaveremo le funzioni *inverse* di domanda e di offerta.

L'equazione della domanda (ovvero, di una 'retta' passante per il punto $(0, 40)$ con inclinazione -1) è, dunque, la seguente:

$$p - 40 = -1 \times (q - 0) \text{ ovvero } p = 40 - q;$$

l'equazione di offerta (ovvero di una 'retta' passante per il punto $(0, 4)$ con inclinazione 2), invece, è:

$$p - 4 = 2 \times (q - 0) \text{ ovvero } p = 4 + 2q.$$

b) Ponendo a sistema le due equazioni precedenti e risolvendo per sostituzione, otteniamo i valori di equilibrio per la quantità, $q^* = 12$, e per il prezzo, $p^* = 28$.

3. a) La condizione *generale* che deve essere soddisfatta dal panierotto ottimo per un certo consumatore richiede che il suo tasso (o saggio) marginale di sostituzione calcolato in corrispondenza di tale panierotto sia uguale al rapporto dei prezzi dei beni presenti nel panierotto; al tempo stesso, naturalmente, il panierotto ottimo deve anche rispettare il vincolo di bilancio del consumatore.

Se **A** e **B** sono i beni presenti in un qualsiasi panierotto, l'espressione ' $MRS_{B,A}(q_A, q_B) = -(q_B/q_A)$ ' indica che il tasso marginale di sostituzione di **B** con **A**¹ quando il panierotto considerato contiene q_A unità di **A** e q_B unità di **B** è il rapporto (preceduto dal segno meno) della seconda quantità sulla prima. Poiché il tasso marginale di sostituzione specificato nel quesito è il tasso marginale di sostituzione di **B** con **A**², ne segue

¹ In quest'ordine! Si tenga presente che la stessa scrittura ' $MRS_{B,A}(q_A, q_B)$ ' indica che un panierotto è una coppia *ordinata* nella quale la prima coordinata (il primo numero) misura la quantità del bene **A** contenuta nel panierotto e la seconda coordinata (il secondo numero) la quantità del bene **B**.

² ... e non quello, invece, di **A** con **B**, che sarebbe il reciproco (o inverso) dell'altro, cioè $-(q_A/q_B)$.

che il rapporto dei prezzi da uguagliare al tasso marginale di sostituzione per calcolare il paniere ottimo deve essere $-(p_A/p_B)$: infatti, il tasso marginale di sostituzione di **B** con **A** calcolato in corrispondenza di un qualsiasi paniere (q_A, q_B) appartenente a una certa curva d'indifferenza è, per definizione, l'inclinazione della retta che è tangente alla curva d'indifferenza nel paniere considerato. L'inclinazione di una retta rappresentata in un piano cartesiano ortogonale è, d'altronde, ove definita, il rapporto della variazione in ordinata (Δy) sulla variazione in ascissa (Δx), calcolate con riferimento a due punti qualsiasi della retta, $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$, cioè $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ o, equivalentemente, $(y_1 - y_2)/(x_1 - x_2)$. Il tasso marginale di sostituzione di **B** con **A** calcolato in corrispondenza di un qualsiasi paniere (q_A, q_B) misura di quanto il consumatore è disposto a ridurre la disponibilità del bene **B** rispetto alla quantità q_B per incrementare di una quantità infinitesima la disponibilità del bene **A** rispetto alla quantità q_A , mantenendo invariata la propria utilità totale. Pertanto, nella rappresentazione in un piano cartesiano ortogonale la quantità del bene **B** sarà misurata in ordinata, mentre quella del bene **A** in ascissa; la retta di bilancio avrà, allora, come inclinazione $-(p_A/p_B)$.

Alla luce delle considerazioni precedenti e dei dati del problema, il paniere ottimo (q_A^*, q_B^*) quando il reddito mensile del consumatore è € 1.000, il prezzo unitario del bene **A** è € 4, quello del bene **B** è € 5 dovrà soddisfare simultaneamente le due equazioni seguenti:

$$\begin{aligned} -(q_B^*/q_A^*) &= -(4/5) \\ p_A \times q_A^* + p_B \times q_B^* &= 1.000 \end{aligned}$$

Risolvendo per sostituzione (o altrimenti) il sistema di equazioni lineari precedente si ottiene: $q_A^* = 125$ e $q_B^* = 100$ (v. Fig. 2).

b) Risolvendo per sostituzione (o altrimenti) il nuovo sistema di equazioni lineari:

$$\begin{aligned} -(q_B^*/q_A^*) &= -(4/5) \\ p_A \times q_A^* + p_B \times q_B^* &= 1.200 \end{aligned}$$

otteniamo questa volta: $q_A^* = 150$ e $q_B^* = 120$ (v. Fig. 2). Poiché il paniere ottimo è, dunque, il paniere $(150, 120)$, la riallocazione della spesa per i due beni rispetto al paniere *non ottimo* $(140, 128)$ consisterà nella riduzione del consumo del bene **B** e nell'aumento di quello del bene **A**.

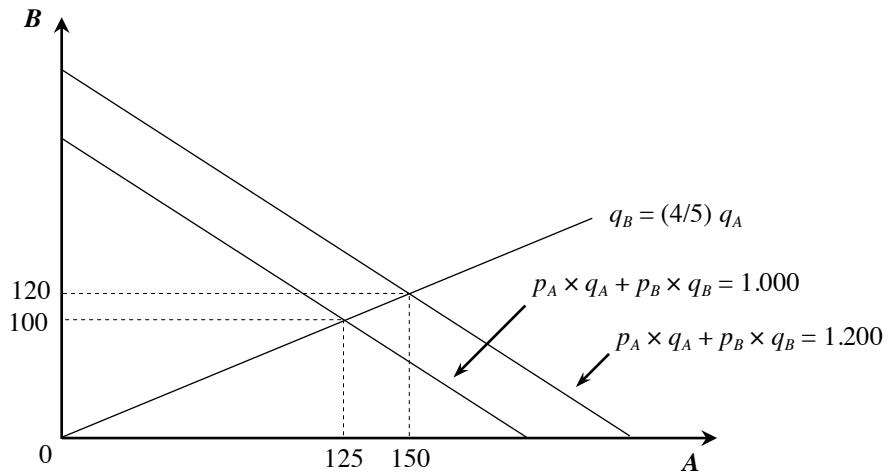


Fig. 2